

EXERCICE 01

Dans chacun des cas suivants, déterminer les fonctions primitives de la fonction f sur l'intervalle I :

1) $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^3}$ et $I =]0; +\infty[$

2) $f(x) = (2x + 1)(x^2 + x + 1)^2$ et $I = \mathbb{R}$

3) $f(x) = (3x^2 + 2)\sqrt{x^3 + 2x + 5}$ et $I = \mathbb{R}$

4) $f(x) = \frac{2x-3}{(x^2-3x+5)^2}$ et $I = \mathbb{R}$

5) $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{3-\cos x}}$ et $I = \mathbb{R}$

6) $f(x) = \frac{x-3}{\sqrt{x^2-6x+10}}$ et $I = \mathbb{R}$

7) $f(x) = x\sqrt{x^2+1}$ et $I = \mathbb{R}$

8) $f(x) = (2x-3)\sqrt[3]{x^2-3x+8}$ et $I = \mathbb{R}$

9) $f(x) = \sin(3x - \frac{5\pi}{6}) + \cos(4x) - 1$ et $I = \mathbb{R}$

10) $f(x) = \frac{1 + \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{\sqrt[6]{x}}$ et $I = \mathbb{R}_+^*$

11) $f(x) = \frac{1}{x^2} (\frac{1}{x} - 1)^3$ et $I = \mathbb{R}^*$

12) $f(x) = \frac{1}{(2x+1)^2} + \frac{x+1}{(x^2+2x+7)^7}$ et $I = \mathbb{R} - \{-\frac{1}{2}\}$

13) $f(x) = \tan^3 x + \tan x$ et $I =]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$

EXERCICE 02

Déterminer la primitive F de la fonction f tel que

$F(x_0) = y_0$ dans chacun des cas suivantes :

1) $f(x) = 2x^2 - 6x + 1$; $x_0 = 3$ et $y_0 = -4$

2) $f(x) = (2x - 3)(x^2 - 3x - 6)^2$; $x_0 = -1$ et $y_0 = 9$

3) $f(x) = \frac{3x}{(x^2 + 1)^2}$; $x_0 = \sqrt{2}$ et $y_0 = -2$

4) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$; $x_0 = 1$ et $y_0 = 3$

EXERCICE 03

On considère la fonction f définie sur $I =]1; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{x^5 - 2x^3 + 5x}{(x^2 - 1)^2}$$

1) Montrer que f admet une fonction primitive définie sur l'intervalle I .

2) Vérifier pour tout $x \in I$:

$$f(x) = x + \frac{1}{(x-1)^2} - \frac{1}{(x+1)^2}$$

3) En déduire les fonctions primitives de f sur I .

4) Déterminer la primitive F de la fonction f sur I tel que $F(2) = 0$.

EXERCICE 04

Soit f une fonction numérique définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x - \frac{2}{\sqrt{x}}$$

1) Montrer que la fonction $F : x \mapsto \frac{x^2}{2} - 4\sqrt{x}$ est une fonction primitive de f sur $]0; +\infty[$.

2) En Déterminer la primitive G de la fonction f sur I tel que $G(16) = 115$.

EXERCICE 05

Soit f une fonction numérique définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x(\sqrt{x} - 2)^2$$

1) Montrer que f est continue sur $]0; +\infty[$.

2) a-Vérifier que pour tout $x \in]0; +\infty[$:

$$f(x) = x^2 + 4x - 4x^{\frac{3}{2}}$$

b-Déterminer la primitive F de la fonction f sur $]0; +\infty[$ tel que $F(1) = 2$.

EXERCICE 06

Soit f une fonction définie par : $f(x) = x\sqrt{x+1}$

1) Vérifier que pour tout $x \in]-1; +\infty[$:

$$f(x) = (x+1)^{\frac{3}{2}} - (x+1)$$

2) Déterminer la primitive F de la fonction f sur $] -1; +\infty[$ tel que $F(0) = \frac{1}{15}$.

